유형 익/히/기

정답과 풀이 148쪽

중요 | 개념원리 수학 I 297쪽 |

유형 01 등차수열의 귀납적 정의

수열 $\{a_n\}$에서 $n=1, 2, 3, \cdots$일 때

(1) $a_{n+1}-a_n=d$ (일정) ⇨ 공차가 d인 등차수열

(2) $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$ ⇨ 등차수열

1142 대표문제

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=2$, $a_{n+1}=a_n+2$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$로 정의될 때, $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_ka_{k+1}}$의 값은?

① $\frac{n}{n+1}$　② $\frac{n}{2(n+1)}$　③ $\frac{n}{2(n-1)}$

④ $\frac{n}{4(n+1)}$　⑤ $\frac{n}{4(n-1)}$

1143 중하

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=100$, $a_{n+1}+3=a_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$으로 정의될 때, $a_k=13$을 만족시키는 자연수 k의 값을 구하시오.

1144 중

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=90$, $a_2=86$이고,

$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

로 정의될 때, $a_k<0$을 만족시키는 자연수 k의 최솟값을 구하시오.

1145 중

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=4$, $\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n}+\frac{1}{4}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$로 정의될 때, a_{20}을 구하시오.

중요 | 개념원리 수학 I 297쪽 |

유형 02 등비수열의 귀납적 정의

수열 $\{a_n\}$에서 $n=1, 2, 3, \cdots$일 때

(1) $a_{n+1}\div a_n=r$ (일정) ⇨ 공비가 r인 등비수열

(2) ${a_{n+1}}^2=a_na_{n+2}$ ⇨ 등비수열

1146 대표문제

수열 $\{a_n\}$이 $a_1=1$, $a_{n+1}=3a_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$으로 정의될 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값은?

① 120　② 121　③ 122

④ 123　⑤ 124

1147 중

$a_1=1$, ${a_{n+1}}^2=a_na_{n+2}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\frac{a_{11}}{a_1}+\frac{a_{13}}{a_3}+\frac{a_{15}}{a_5}+\frac{a_{17}}{a_7}=12$일 때, $\frac{a_{30}}{a_{10}}$은?

① 6　② 7　③ 8

④ 9　⑤ 10

1148 상중 서술형

$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=\frac{a_{n+1}}{a_n}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_3=78$, $S_6=2184$이다. 이때 S_8을 구하시오. (단, a_n은 실수이다.)

유형 03 $a_{n+1}=a_n+f(n)$의 꼴

$a_{n+1}=a_n+f(n)$의 꼴에서 일반항 a_n을 구할 때는 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례로 대입한 후 변끼리 더한다.

⇨ $a_n=a_1+f(1)+f(2)+\cdots+f(n-1)=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}f(k)$

1149 대표문제

$a_1=-3$, $a_{n+1}=a_n+4n-3$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10}a_k$의 값은?

① 455 ② 465 ③ 475 ④ 485 ⑤ 495

1150 중

$a_1=2$, $a_{n+1}=a_n+\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_k=13$을 만족시키는 자연수 k의 값을 구하시오.

1151 중

$a_1=1$, $a_{n+1}=a_n+f(n)$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}f(k)=n^2-1$일 때, a_{11}을 구하시오.

1152 상중

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_{n+1}>a_n$
> (나) $(a_n+a_{n+1})^2=4a_na_{n+1}+4^n$

a_8을 구하시오.

유형 04 $a_{n+1}=a_nf(n)$의 꼴

$a_{n+1}=a_nf(n)$의 꼴에서 일반항 a_n을 구할 때는 n에 1, 2, 3, ⋯, $n-1$을 차례로 대입한 후 변끼리 곱한다.

⇨ $a_n=a_1f(1)f(2)\cdots f(n-1)$

1153 대표문제

$a_1=1$, $a_{n+1}=\dfrac{n+2}{n}a_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{30}은?

① 450 ② 455 ③ 460 ④ 465 ⑤ 470

1154 중

$a_1=1$, $a_{n+1}=5^na_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_k=5^{66}$을 만족시키는 자연수 k의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

1155 상중

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=1,\ \sqrt{n+2}\,a_{n+1}=\sqrt{n+1}\,a_n\ (n=1, 2, 3, \cdots)$$

으로 정의될 때, $\sum_{k=1}^{15}(a_ka_{k+1})^2$의 값을 구하시오.

유형 익/히/기

| 개념원리 수학 I 300쪽 |

중요

유형 05 S_n이 포함된 수열의 귀납적 정의

$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n\ (n\geq 1)$임을 이용하여 주어진 등식을 a_n 또는 S_n에 대한 식으로 변형한다.

1156 대표문제

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_1=1$, $S_{n+1}=2S_n+3\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$이 성립한다. 이때 a_{12}는?

① $2^{11}+3$ ② 2^{12} ③ $2^{12}+3$
④ 2^{13} ⑤ $2^{13}+3$

1157 중

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이라 할 때, $a_1=2$, $S_n=2a_n-2\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$가 성립한다. 이때 $a_k=256$을 만족시키는 자연수 k의 값을 구하시오.

1158 중 서술형

수열 $\{a_n\}$에서 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=S_n$이라 할 때, $a_1=2$, $3S_n=a_{n+1}-2\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$를 만족시킨다. 이때 a_5를 구하시오.

1159 상중

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=4,\ a_{n+1}=3(a_1+a_2+\cdots+a_n)\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

으로 정의될 때, a_9는?

① 2^{16} ② 2^{17} ③ $3\cdot 2^{16}$
④ 2^{18} ⑤ $5\cdot 2^{16}$

유형 익/히/기

정답과 풀이 48쪽

| 개념원리 수학 I 93쪽 |

유형 01 로그함수의 함숫값

함수 $f(x)=\log_a x\ (a>0,\ a\neq1)$의 식에 x의 값을 대입한 후 로그와 지수의 성질을 이용한다.

0412 대표문제

함수 $f(x)=\log_a(3x+1)+1\ (a>0,\ a\neq1)$에 대하여 $f(1)=3$일 때, $f(0)+f(5)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

0413 하

두 함수 $f(x)=3^x$, $g(x)=\log_{\frac{1}{9}} x$에 대하여 $(g\circ f)(-4)$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

0414 중하

함수 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x}$에 대하여 $f(75)-f(25)$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

| 개념원리 수학 I 93쪽, 94쪽 |

유형 02 로그함수의 성질

로그함수 $y=\log_a x\ (a>0,\ a\neq1)$에 대하여

(1) 정의역 : $\{x\,|\,x>0\}$, 치역 : 실수 전체의 집합

(2) 그래프는 점 $(1, 0)$과 점 $(a, 1)$을 지나고, 그래프의 점근선은 y축$(x=0)$이다.

(3) 그래프는 $y=a^x$의 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.

(4) $y=\log_a(x-p)+q \Rightarrow \begin{cases} \text{정의역 : } \{x\,|\,x>p\} \\ \text{점근선의 방정식 : } x=p \end{cases}$

0415 대표문제

다음 중 로그함수 $y=\log_{\frac{1}{a}}\frac{1}{x}\ (0<a<1)$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

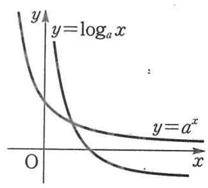
① 함수 $y=\log_a x$의 그래프와 일치한다.
② 점 $(1, 0)$을 반드시 지난다.
③ 그래프의 점근선은 직선 $x=0$이다.
④ $x>0$에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ 정의역은 양의 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.

0416 중하

함수 $y=\log_5(x+a)+b$의 그래프의 점근선은 직선 $x=2$이고 x절편이 7이다. 이때 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

0417 중

오른쪽 그림과 같은 함수 $y=a^x$과 $y=\log_a x$의 그래프에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고르시오. (단, $a>0$, $a\neq1$)



보기

ㄱ. 두 그래프의 교점의 좌표는 $(1, 1)$이다.
ㄴ. 두 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
ㄷ. 두 함수에서 a의 값의 범위는 $a>1$이다.

중요

| 개념원리 수학 I 94쪽 |

유형 03 로그함수의 그래프의 평행이동과 대칭이동

로그함수 $y=\log_a x\ (a>0,\ a\neq1)$의 그래프를

(1) x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

⇨ $y=\log_a(x-m)+n$

(2) x축에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=\log_a \frac{1}{x}$

(3) y축에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=\log_a(-x)$

(4) 원점에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=\log_a\left(-\frac{1}{x}\right)$

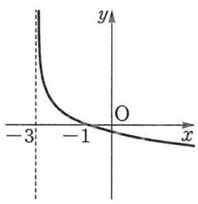
(5) 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=a^x$

0418 대표문제

함수 $y=\log_2(2x+4)$의 그래프는 함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다. 이때 $m+n$의 값을 구하시오.

0419 중하

함수 $y=\log_{\frac{1}{4}} x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\frac{m}{n}$의 값을 구하시오.



0420 중

함수 $y=\log_2 4x$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동시킨 다음, x축에 대하여 대칭이동시킨 그래프가 함수 $y=\log_2 \frac{a}{x}$의 그래프와 일치할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

0421 중

다음 **보기**의 함수 중 그 그래프가 함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여 겹칠 수 있는 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. $y=\log_2(-x)$　　ㄴ. $y=\log_2(x-3)$

ㄷ. $y=2\log_2 x$　　ㄹ. $y=\log_2 2x$

| 개념원리 수학 I 95쪽 |

유형 04 로그함수를 이용한 대소 관계

(1) $a>1$일 때 ⇨ 진수가 큰 수가 크다.

$0<A<B \Longleftrightarrow \log_a A<\log_a B$

(2) $0<a<1$일 때 ⇨ 진수가 작은 수가 크다.

$0<A<B \Longleftrightarrow \log_a A>\log_a B$

0422 대표문제

세 수

$$A=-\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{6},\ B=2\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{5},\ C=-3\log_{\frac{1}{2}}3$$

의 대소 관계는?

① $A<B<C$　② $A<C<B$　③ $B<A<C$
④ $B<C<A$　⑤ $C<B<A$

0423 중하

다음 세 수의 대소를 비교하시오.

(1) $A=\log_3\sqrt{2},\ B=\log_{\frac{1}{3}}4,\ C=\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{10}$

(2) $A=5,\ B=\log_2 7,\ C=\log_4 25$

0424 중

$1<x<2$일 때, 세 수

$$A=\log_2 x,\ B=(\log_2 x)^2,\ C=\log_x 2$$

의 대소를 비교하시오.

0425 상중

$0<b<a<1$일 때, 세 수

$$A=\log_a b,\ B=\log_b a,\ C=\log_a\frac{a}{b}$$

의 대소 관계는?

① $A<B<C$　② $B<A<C$　③ $B<C<A$
④ $C<A<B$　⑤ $C<B<A$

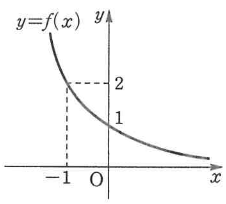
중요 | 개념원리 수학 I 95쪽 |

유형 05 로그함수의 역함수

(1) $a>0$, $a\neq1$일 때, 함수 $f(x)=\log_a x$의 역함수
$f^{-1}(x)=a^x$
(2) $f^{-1}(a)=b \Longleftrightarrow f(b)=a$
▶ 역함수 구하는 방법
(i) $y=f(x)$를 정리하여 $x=g(y)$ 꼴로 고친다.
(ii) x와 y를 서로 바꾼다. 이때 $y=f(x)$의 치역을 그 역함수의 정의역으로 한다.

0426 대표문제

함수 $f(x)=a^x\ (0<a<1)$에 대하여 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(4)$의 값을 구하시오.



0427 중하

다음 함수의 역함수를 구하시오.

(1) $y=2^{-x+3}-1$

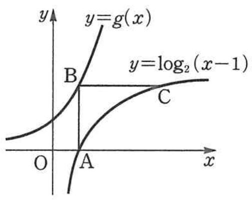
(2) $y=\log_2(x-4)+3$

0428 중

함수 $f(x)=\log_3 x$의 역함수 $g(x)$에 대하여 $g(\alpha)=2$, $g(\beta)=7$일 때, $g(\alpha+\beta)$의 값을 구하시오.

0429 상중

함수 $y=\log_2(x-1)$의 그래프와 그 역함수 $y=g(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. 점 A는 x축 위의 점이고, 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선과 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점을 B, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 $y=\log_2(x-1)$의 그래프와 만나는 점을 C라 할 때, $\overline{AB}+\overline{BC}$의 값을 구하시오.



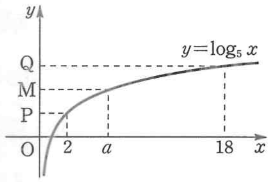
중요 | 개념원리 수학 I 96쪽 |

유형 06 로그함수의 그래프에서의 함숫값

$y=\log_a x\ (a>0,\ a\neq1)$의 그래프가 점 $(m,\ n)$을 지나면
⇨ $n=\log_a m$ $\quad\therefore a^n=m$

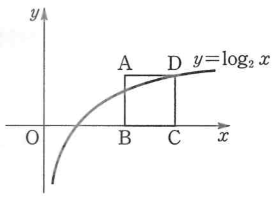
0430 대표문제

오른쪽 그림은 함수 $y=\log_5 x$의 그래프이다. 점 M이 선분 PQ의 중점일 때, a의 값을 구하시오.
(단, 점선은 x축 또는 y축에 평행하다.)



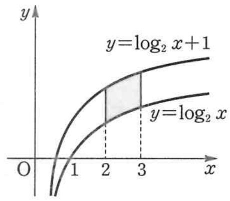
0431 중

오른쪽 그림과 같이 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 4이고, 점 D는 함수 $y=\log_2 x$의 그래프 위에 있을 때, 점 B의 x좌표를 구하시오.
(단, 두 점 B, C는 x축 위의 점이다.)



0432 중

오른쪽 그림과 같이 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_2 x+1$과 직선 $x=2$, $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.



0433 상중 서술형

오른쪽 그림은 세 함수 $y=2^x$, $y=x$, $y=\log_4 x$의 그래프이다. $\alpha+\beta=12$일 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오. (단, 점선은 x축 또는 y축에 평행하다.)