



01 Σ의 뜻

개념 10-1

① $\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$

② $\sum_{k=1}^n a_{2k} = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n}$

③ $\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1}$

④ $\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{2n-1} + a_{2n} = \sum_{k=1}^{2n} a_k$

1147 대표 문제

$\sum_{k=2}^{100} a_k = 5$, $\sum_{k=1}^{99} a_k = 3$ 일 때, $a_{100} - a_1$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

1148 B-

다음 중 옳은 것은?

① $3+6+9+\dots+3n = \sum_{k=1}^{3n} 3k$

② $1+3+5+\dots+21 = \sum_{k=1}^{10} (2k-1)$

③ $4+8+16+\dots+2^n = \sum_{k=1}^n 2^k$

④ $1-1+1-1+1-1 = \sum_{k=1}^6 (-1)^{k+1}$

⑤ $4+9+16+\dots+100 = \sum_{k=1}^{10} (k+1)^2$

1149 B

함수 $f(x)$ 가 $f(1)=4$, $f(10)=80$ 을 만족시킬 때,
 $\sum_{k=1}^9 f(k+1) - \sum_{k=2}^{10} f(k-1)$ 의 값을 구하시오.

1150 B+ 서술형

$\sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k}) = 3n^2 - 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오.

02 Σ의 성질

집중 공략
개념 10-1

① $\sum_{k=1}^n (pa_k + qb_k + r) = p \sum_{k=1}^n a_k + q \sum_{k=1}^n b_k + rn$ (단, p, q, r 는 상수)

② $\sum_{k=1}^n (a_k + c)^2 = \sum_{k=1}^n (a_k^2 + 2ca_k + c^2)$
 $= \sum_{k=1}^n a_k^2 + 2c \sum_{k=1}^n a_k + c^2 n$ (단, c 는 상수)

1151 대표 문제

$\sum_{k=1}^{10} a_k = 4$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2)^2$ 의 값을?

- ① 52 ② 58 ③ 64
④ 70 ⑤ 76

1152 B

$\sum_{k=1}^{20} (a_k + b_k) = 12$, $\sum_{k=1}^{20} (a_k - b_k) = -4$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^{20} (2a_k - 4b_k + 3)$ 의 값을 구하시오.

1153 B

$\sum_{k=1}^{15} (a_k - b_k)^2 = 10$, $\sum_{k=1}^{15} a_k b_k = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{15} (a_k^2 + b_k^2)$ 의 값을 구하시오.

$$\textcircled{1} \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\textcircled{2} \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\textcircled{3} \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

1157 대표 문제

$$\sum_{k=1}^{10} (2k-3)^2 - \sum_{k=1}^{10} (2k)^2 \text{의 값을 구하시오.}$$

1158 B0

$$\sum_{k=1}^n (4k-1) = 36 \text{을 만족시키는 자연수 } n \text{의 값을 구하시오.}$$

1159 B0

$a_n = 3n - 2$ 일 때, $\sum_{k=1}^{n-1} a_{2k-1}$ 을 n 에 대한 식으로 나타내면?

- | | |
|-------------------|-------------------|
| ① $3n^2 - 8n + 3$ | ② $3n^2 - 8n + 5$ |
| ③ $3n^2 + 8n + 3$ | ④ $3n^2 + 8n + 5$ |
| ⑤ $3n^2 + 8n + 7$ | |

1160 B0 서술형

$$\sum_{k=1}^{10} \frac{1+2+3+\cdots+k}{k+1} \text{의 값을 구하시오.}$$

1161 B+

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - kx - k = 0$ 의 두 근을 α_k, β_k 라 할 때, $\sum_{k=1}^5 (\alpha_k^2 + \beta_k^2)$ 의 값은?

- ① 83 ② 85 ③ 87
④ 89 ⑤ 91

유형 05 Σ 를 여러 개 포함한 식

개념 10-2

① Σ 의 변수를 확인한 후 일반항에서 상수인 것과 상수가 아닌 것을 구별하여 계산한다.

$$\textcircled{O} \quad \sum_{k=1}^n (k+n) = \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n n = \frac{n(n+1)}{2} + n \cdot n$$

② 괄호가 있는 경우에는 괄호 안부터 계산한다.

1162 대표 문제

$$\sum_{n=1}^7 \left(\sum_{m=1}^n mn \right)$$

- ① 422 ② 432 ③ 442
④ 452 ⑤ 462

1163 B0

$\sum_{k=1}^n \left\{ \sum_{m=1}^k (2m-k) \right\} = 66$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

1164 B0

$$m+n=11, mn=30 \text{ 일 때, } \sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^n (i+j) \right\}$$

- ① 155 ② 165 ③ 175
④ 185 ⑤ 195

유형 06

 Σ 를 이용한 여러 가지 수열의 합집중 공략
개념 10-2

등차수열이나 등비수열이 아닌 수열의 합은 다음과 같은 순서로 구한다.

- (i) 주어진 수열의 일반항 a_n 을 구한다.
(ii) 구하는 합을 Σ 를 이용하여 나타낸 후 Σ 의 성질과 자연수의 거듭제곱의 합을 이용한다.

1165 대표 문제

수열 $1 \cdot 3, 2 \cdot 5, 3 \cdot 7, \dots$ 의 첫째항부터 제8항까지의 합을 구하시오.

1166 B0

수열 $1 \cdot 2^2, 2 \cdot 3^2, 3 \cdot 4^2, \dots$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은?

- ① 3250 ② 3450 ③ 3650
④ 3850 ⑤ 4050

1167 B0 서술형

수열 $9, 99, 999, \dots$ 에 대하여 다음을 구하시오.

- (1) 일반항 a_n
(2) 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n

1168 B0

다음 식의 값은?

$$1 + (1+3) + (1+3+5) + \cdots + (1+3+5+\cdots+13)$$

- ① 138 ② 140 ③ 142
④ 144 ⑤ 146



유형 01 지수함수의 성질

집중 공략
개념 03-1

지수함수 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)에 대하여

- ① 정의역: 실수 전체의 집합
치역: 양의 실수 전체의 집합
- ② $a>1$ ○ x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가
 $0 < a < 1$ ○ x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소
- ③ 그래프의 점근선: x 축 (직선 $y=0$)

0318 대표 문제

다음 중 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 에 대하여 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.
- ② 그래프의 점근선의 방정식은 $y=0$ 이다.
- ③ 그래프는 제1사분면과 제2사분면을 지난다.
- ④ 그래프가 $y=3^x$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

0319 B-

임의의 실수 a, b 에 대하여 $a < b$ 일 때, 다음 함수 중 $f(a) < f(b)$ 를 만족시키는 함수는?

- | | |
|-------------------------------------|--|
| ① $f(x)=4^{-x}$ | ② $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ |
| ③ $f(x)=0.3^x$ | ④ $f(x)=\left(\frac{1}{10}\right)^x$ |
| ⑤ $f(x)=\left(\frac{3}{5}\right)^x$ | |

0320 B- 서술형

함수 $y=(a^2-3a+3)^x$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

(단, $a\neq 1, a\neq 2$)

유형 02 지수함수의 그래프의 평행이동과 대칭이동

집중 공략
개념 03-2

지수함수 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)의 그래프를

① x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동

$$\circlearrowleft y=a^{x-m}+n$$

② x 축에 대하여 대칭이동 $\circlearrowleft y=-a^x$

③ y 축에 대하여 대칭이동 $\circlearrowleft y=a^{-x}$

④ 원점에 대하여 대칭이동 $\circlearrowleft y=-a^{-x}$

0321 대표 문제

함수 $y=3^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프가 점 $(3, k)$ 를 지날 때, k 의 값을 구하시오.

0322 B-

함수 $y=2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 함수 $y=\frac{1}{4} \cdot 2^x - 8$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이때 $m+n$ 의 값을 구하시오.

0323 B-

함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프가 두 점 $\left(-1, \frac{2}{3}\right), (0, 0)$ 을 지날 때, mn 의 값을?

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------|
| ① $-\frac{1}{3}$ | ② $-\frac{1}{9}$ | ③ $\frac{1}{9}$ |
| ④ $\frac{1}{3}$ | ⑤ 1 | |

0324 B0

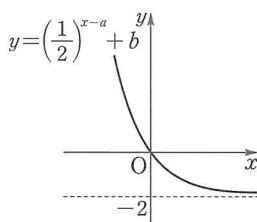
함수 $y=2^x$ 의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동하여 겹쳐질 수 있는 그래프의 식인 것만을 보기에서 있는대로 고르시오.

보기

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1}. y = \frac{2^x}{2} & \textcircled{2}. y = \sqrt{2} \cdot 2^x & \textcircled{3}. y = \frac{1}{4^x} \\ \textcircled{4}. y = \sqrt{2^x} & \textcircled{5}. y = 3 \cdot 2^x & \textcircled{6}. y = -8 \cdot 2^x \end{array}$$

0325 B0 서술형

함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-a} + b$ 의 그래프가
오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b
에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.



유형 03 지수함수의 함숫값

개념 03-1

지수함수 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)에 대하여 함숫값 $f(p) = k$ 가 주어지 고 다른 함숫값을 구할 때에는 $a^p = k$ 와 자수법칙을 이용한다.

0326 대표 문제

함수 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)에서 $f(2) = m, f(5) = n$ 일 때,
 $f(6)$ 의 값을 m, n 에 대한 식으로 나타내면?

- ① m^2n
- ② mn^2
- ③ $\frac{n^2}{m}$
- ④ $\frac{n}{m^2}$
- ⑤ $\left(\frac{n}{m}\right)^2$

0327 B0

함수 $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ 이 $f(p) = 3$ 을 만족시킬 때, $f(2p)$
의 값을 구하시오. (단, $a > 0, a \neq 1$)

0328 B0

함수 $f(x) = 3^{mx+n}$ 에서 $f(0) = 4, f(2) = 16$ 일 때, $f(-1)$ 의
값을 구하시오. (단, m, n 은 상수이다.)

0329 B+ 서술형

함수 $f(x) = 5^{-x}$ 에 대하여

$$f(-a)f(2b) = 25, \quad f(b-a) = 5$$

일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

유형 04 지수함수의 그래프에서의 함숫값

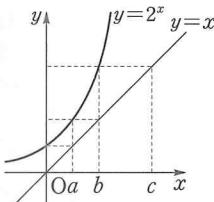
개념 03-1

지수함수 $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)의 그래프가 점 (m, n) 을 지난다.

$$\textcircled{1} \quad n = a^m$$

0330 대표 문제

오른쪽 그림은 두 함수 $y = 2^x, y = x$
의 그래프이다. 이때 $a - b + c$ 의 값
은? (단, 절선은 x 축 또는 y 축에 평행
하다.)



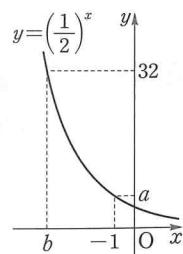
- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

0331 B

오른쪽 그림은 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프이
다. 이때 $a + b$ 의 값은?

(단, 절선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

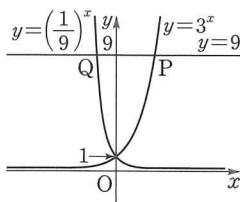
- ① -5
- ② -4
- ③ -3
- ④ -2
- ⑤ -1



0332 B

오른쪽 그림과 같이 두 함수 $y=3^x$, $y=\left(\frac{1}{9}\right)^x$ 의 그래프와 직선 $y=9$ 의

교점을 각각 P, Q라 할 때, 선분 PQ의 길이를 구하시오.



0333 B+

함수 $y=a^x$ ($a>1$)의 그래프 위의 두 점 A(0, b), B(c, 8)에 대하여 삼각형 OAB의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

유형

05 지수함수를 이용한 수의 대소 비교

개념 03-1

지수를 포함한 수의 대소를 비교할 때에는 주어진 수의 밑을 같게 한 후 다음과 같은 지수함수의 성질을 이용한다.

- ① $a>1$ 일 때, $m < n \iff a^m < a^n$
- ② $0 < a < 1$ 일 때, $m < n \iff a^m > a^n$

0334 대표 문제

세 수 $A=27^{\frac{1}{4}}$, $B=\left(\frac{1}{243}\right)^{-3}$, $C=\sqrt[5]{81}$ 의 대소 관계는?

- ① $A < B < C$
- ② $A < C < B$
- ③ $B < C < A$
- ④ $C < A < B$
- ⑤ $C < B < A$

0335 B-

다음 세 수의 대소를 비교하시오.

$$\sqrt[5]{0.5}, \quad \sqrt[4]{\frac{1}{32}}, \quad \sqrt[3]{0.25}$$

0336 B

$0 < x < 1$ 일 때, 세 수 $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^3}$, $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2}$, $\left(\frac{3}{2}\right)^x$ 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례대로 구하시오.

유형

06 지수함수의 최대·최소: $y=a^{px+q}+r$ 꼴 개념 03-3

정의역이 $\{x | m \leq x \leq n\}$ 인 함수 $f(x)=a^{px+q}+r$ (p, q, r 는 상수, $p>0$)의 최대·최소를 구할 때에는 먼저 밑의 범위를 확인한 후 다음을 이용한다.

- ① $a>1$ 일 때, 최댓값: $f(n)$, 최솟값: $f(m)$
- ② $0 < a < 1$ 일 때, 최댓값: $f(m)$, 최솟값: $f(n)$

0337 대표 문제

정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$ 인 함수 $y=4^{x+1}-1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

- | | | |
|------|------------------|------------------|
| ① 12 | ② $\frac{53}{4}$ | ③ $\frac{57}{4}$ |
| ④ 15 | ⑤ $\frac{31}{2}$ | |

0338 B-

정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$ 인 함수 $y=3^{-x} \cdot 2^x$ 의 치역이 $\{y | a \leq y \leq b\}$ 일 때, ab 의 값은?

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ① $\frac{2}{9}$ | ② $\frac{4}{9}$ | ③ $\frac{2}{3}$ |
| ④ 1 | ⑤ $\frac{9}{4}$ | |

0339 B- 서술형

정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $f(x)=5^{-a-x}$ 의 최솟값이 $\frac{1}{125}$ 일 때, 최댓값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

유형

07 지수함수의 최대·최소; $y=a^{f(x)}$ 꼴

개념 03-3

$y=a^{f(x)}$ 꼴의 함수의 최대·최소를 구할 때에는 주어진 범위에서 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구한 후 a 의 값의 범위에 따라 다음을 이용한다.

- ① $a > 1$ ○ $f(x)$ 가 최대일 때 y 도 최대, $f(x)$ 가 최소일 때 y 도 최소
- ② $0 < a < 1$ ○ $f(x)$ 가 최대일 때 y 는 최소, $f(x)$ 가 최소일 때 y 는 최대

0340 대표 문제

함수 $y=\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x}$ ○ $x=a$ 에서 최댓값 b 를 가질 때, $a+b$ 의 값은?

- | | | |
|------|------|------|
| ① 8 | ② 9 | ③ 10 |
| ④ 11 | ⑤ 12 | |

0341 B0

정의역이 $\{x | 0 \leq x \leq 4\}$ 인 함수 $y=3^{x^2-6x+5}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- | | | |
|------------------|-----------------|-----|
| ① $\frac{1}{27}$ | ② $\frac{1}{3}$ | ③ 1 |
| ④ 3 | ⑤ 27 | |

0342 B0 서슬현

함수 $y=a^{x^2-x+\frac{9}{4}}$ 의 최솟값이 16일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. (단, $a \neq 1$)

0343 B+

$-1 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y=a^{-x^2+2x+1}$ 의 최댓값이 9일 때, 최솟값을 구하시오. (단, $0 < a < 1$)

유형

08 지수함수의 최대·최소

집중 공략
개념 03-3; a^x 꼴이 반복되는 경우

함수 $y=pa^{2x}+qa^x+r$ (p, q, r 는 상수)의 최대·최소를 구할 때에는 $a^x=t$ ($t > 0$)로 치환하여 t 에 대한 이차함수의 최대·최소를 구한다. 이 때 x 의 값의 범위에 따른 t 의 값의 범위에 주의한다.

0344 대표 문제

함수 $y=9^x-6 \cdot 3^x+10$ ○ $x=a$ 에서 최솟값 b 를 가질 때, $b-a$ 의 값은?

- | | | |
|------|------|-----|
| ① -9 | ② -3 | ③ 0 |
| ④ 3 | ⑤ 9 | |

0345 B0

$0 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $y=2^{x+2}-4^x+1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오.

0346 B+

함수 $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x-k\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}+3$ 의 최솟값이 -1일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

0363 B-

연립방정식 $\begin{cases} 3^x + 2 \cdot 2^y = 25 \\ 3 \cdot 3^x - 2^y = 19 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때, $\alpha\beta$

의 값은?

- | | | |
|-----|-----|-----|
| ① 2 | ② 4 | ③ 6 |
| ④ 8 | ⑤ 9 | |

0364 B-

연립방정식 $\begin{cases} 2^x + 2^y = 7 \\ 4^x + 4^y = 29 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$ 라 할 때,

$2^\alpha - 2^\beta$ 의 값을 구하시오. (단, $\alpha > \beta$)

15 지수방정식의 활용

개념 03-4

x 에 대한 방정식 $(a^x)^2 - pa^x + q = 0$ (p, q 는 상수)의 두 근이 α, β 일 때, $a^x = t$ ($t > 0$)로 치환하면 t 에 대한 방정식 $t^2 - pt + q = 0$ 의 두 근은 a^α, a^β 이다.

0365 대표 문제

방정식 $25^x - 2 \cdot 5^{x+1} + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- | | | |
|-----|------|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 4 |
| ④ 5 | ⑤ 10 | |

0366 B- 서술형

방정식 $9^x - 7 \cdot 3^x + 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $9^\alpha + 9^\beta$ 의 값을 구하시오.

0367 B-

방정식 $4^x - 4 \cdot 2^x + k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

16 지수부등식; 밑을 같게 할 수 있는 경우

집중 학습
개념 03-5

밑을 같게 할 수 있는 지수부등식은 각 항의 밑을 같게 한 후 다음을 이용하여 푼다.

- | |
|---|
| ① $a > 1$ 일 때, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \iff f(x) > g(x)$ |
| ② $0 < a < 1$ 일 때, $a^{f(x)} > a^{g(x)} \iff f(x) < g(x)$ |

0368 대표 문제

부등식 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x+2} < \left(\frac{1}{16}\right)^{2-3x}$ 의 해는?

- | | | |
|---------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $x < \frac{2}{5}$ | ② $x > \frac{2}{5}$ | ③ $0 < x < \frac{2}{5}$ |
| ④ $x < \frac{4}{5}$ | ⑤ $0 < x < \frac{4}{5}$ | |

0369 B-

부등식 $\left(\frac{1}{36}\right)^{x^2+x-4} \geq \left(\frac{1}{6}\right)^{x^2}$ 의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오.

0370 B-

부등식 $3^{2x} < \frac{\sqrt{3}}{9} < 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- | | | |
|-----|-----|-----|
| ① 2 | ② 3 | ③ 4 |
| ④ 5 | ⑤ 6 | |

유형
18지수부등식; a^x 꼴이 반복되는 경우 a^x 꼴이 반복되는 지수부등식은 $a^x = t$ ($t > 0$)로 치환하여 t 에 대한 부등식을 푼다.

0375 대표 문제

부등식 $3^{2x} - 5 \cdot 3^{x+1} + 14 < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $3^\alpha + 3^\beta$ 의 값을 구하시오.

0376 B-

부등식 $2^x - 2^{1-x} \geq 1$ 을 푸시오.0377 B
서술형

연립부등식 $\begin{cases} 5^x > 5^{-2x+1} \\ \left(\frac{1}{4}\right)^x - 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 16 < 0 \end{cases}$ 을 푸시오.