

01-3

!단히

## 0073 B+

이차방정식  $2x^2 - 4x - 9 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때, $\frac{\sqrt{3^\alpha} \times \sqrt{3^\beta}}{(9^\alpha)^\beta}$ 의 값을 구하시오.

유형

06

유리수인 지수로 나타내기

개념 01-3

 $a > 0, k > 0$ 이고  $x$ 는 0이 아닌 정수일 때,

$$a^x = k \iff a = k^{\frac{1}{x}}$$

## 0074 대표 문제

 $2^5 = a, 3^2 = b$ 일 때,  $6^{10}$ 을  $a, b$ 에 대한 식으로 나타내면?

①  $a^2b^4$

②  $a^2b^5$

③  $a^3b^4$

④  $a^3b^5$

⑤  $a^4b^4$

## 0075 B+

서술형

 $a = \sqrt[3]{2}, b = \sqrt{3}$ 일 때,  $a^m b^n = \sqrt[6]{12}$ 를 만족시키는 유리수  $m, n$ 에 대하여  $m+n$ 의 값을 구하시오.

## 0076 B+

세 양수  $a, b, c$ 에 대하여  $a^3 = 2, b^4 = 5, c^5 = 7$ 일 때,  $(abc)^n$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하시오.

0080 B0 서순형

$a > 0, a \neq 1$  일 때,

$$(\sqrt{a})^{\frac{3}{2}} \div (a^{\frac{2}{3}})^{\frac{5}{4}} \times (a^{\frac{1}{6}})^k = a^{\frac{1}{24}}$$

을 만족시키는 실수  $k$ 의 값을 구하시오.

0081 B+

$(\frac{1}{3^{15}})^{\frac{1}{n}}$ 이 자연수가 되도록 하는 정수  $n$ 의 개수는?

- ① 2                      ② 3                      ③ 4  
④ 6                      ⑤ 8

유형

08 곱셈 공식을 이용한 식의 계산

집중공략  
개념 01-3

$a > 0, b > 0$ 이고  $r, s$ 가 실수일 때

①  $(a^r + b^s)(a^r - b^s) = a^{2r} - b^{2s}$

②  $(a^r + b^s)^2 = a^{2r} + 2a^r b^s + b^{2s}, (a^r - b^s)^2 = a^{2r} - 2a^r b^s + b^{2s}$

③  $(a^r + b^s)^3 = a^{3r} + 3a^{2r} b^s + 3a^r b^{2s} + b^{3s},$   
 $(a^r - b^s)^3 = a^{3r} - 3a^{2r} b^s + 3a^r b^{2s} - b^{3s}$

0082 대포 문제

$a > 0$ 일 때,  $(a^{\frac{2}{3}} + a^{-\frac{1}{3}})^3 + (a^{\frac{2}{3}} - a^{-\frac{1}{3}})^3$ 을 간단히 하시오.

0083 B-

$(3^{\frac{1}{2}} - 3^{-\frac{1}{2}})^2 + (3^{\frac{1}{2}} + 3^{-\frac{1}{2}})(3^{\frac{1}{2}} - 3^{-\frac{1}{2}})$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

0084 B0

$\frac{1}{1-5^{\frac{1}{8}}} + \frac{1}{1+5^{\frac{1}{8}}} + \frac{2}{1+5^{\frac{1}{4}}} + \frac{4}{1+5^{\frac{1}{2}}}$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1                      ③ 1  
④ 2                        ⑤ 4

0085 B0

세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $a^2+b^2+c^2=15$ ,  $a+b+c=\sqrt{13}$ 일 때,  $(3^a)^{b+c} \times (3^b)^{c+a} \times (3^c)^{a+b}$ 의 값을 구하시오.

유형 09  $x^n + x^{-n}$  꼴의 식의 값 구하기

집중공략 개념 01-3

$x$ 가 양수일 때

- ①  $(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})^2 = x + x^{-1} + 2$ ,  $(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}})^2 = x + x^{-1} - 2$   
②  $(x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}})^3 = x + x^{-1} + 3(x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}})$ ,  
 $(x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}})^3 = x - x^{-1} - 3(x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}})$

0086 대표 문제

$x > 0$ 이고  $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ 일 때,  $x^2 + x^{-2}$ 의 값을 구하시오.

0087 B

$2^x - 2^{-x} = 3$ 일 때,  $4^x + 4^{-x}$ 의 값은?

- ① 7                      ② 9                      ③ 11  
④ 13                    ⑤ 15

0088 B0 서술형

$x > 0$ 이고  $x^2 + x^{-2} = 14$ 일 때,  $\frac{x+x^{-1}}{x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}}$ 의 값을 구하시오.

0089 B0

$x > 0$ 이고  $x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}} = 1 + \sqrt{2}$ 일 때,  $x - x^{-1} = a + b\sqrt{2}$ 이다. 유리수  $a, b$ 에 대하여  $a - b$ 의 값을 구하시오.

유형

10  $\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$  꼴의 식의 값 구하기

집중공략 개념 01-3

$\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$ 의 분모와 분자에  $a^x$ 를 곱한다.

$$\frac{a^x(a^x - a^{-x})}{a^x(a^x + a^{-x})} = \frac{a^{2x} - 1}{a^{2x} + 1}$$

0090 대표 문제

$4^x = 5$ 일 때,  $\frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③  $\frac{5}{6}$   
④ 1                        ⑤  $\frac{7}{6}$

0091 B0 서술형

$\frac{5^x + 5^{-x}}{5^x - 5^{-x}} = 5$ 일 때,  $25^x - 25^{-x}$ 의 값을 구하시오.

0092 B

양수  $a$ 에 대하여  $2^{\frac{1}{x}}=a$ 일 때,  $\frac{a^{2x}+a^{-2x}}{a^{2x}-a^{-2x}}$ 의 값을 구하시오.

0093 B

$4^x=3$ 일 때,  $\frac{8^x+8^{-x}}{2^x+2^{-x}}=\frac{b}{a}$ 이다. 서로소인 두 자연수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ① 7                      ② 8                      ③ 9  
④ 10                    ⑤ 11

유형

11  $a^x=k$ 의 조건이 주어진 경우

집중공략

개념 01-3

실수  $x, y$ 에 대하여  $a^x=b^y=k$  ( $a>0, b>0, xy \neq 0$ )일 때,  $a=k^{\frac{1}{x}}, b=k^{\frac{1}{y}}$ 임을 이용하여 밑을 통일한다.

→  $ab=k^{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}, \frac{a}{b}=k^{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$

0094 대표 문제

$3^x=2^y=6$ 인 실수  $x, y$ 에 대하여  $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 의 값을 구하시오.

0095 B

$17^m=8, 136^n=16$ 인 실수  $m, n$ 에 대하여  $\frac{3}{m}-\frac{4}{n}$ 의 값은?

- ① -3                      ② -2                      ③ -1  
④ 1                        ⑤ 2

0096 B 서울형

실수  $x, y, z$ 에 대하여  $3^x=5^y=15^z=a, \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2$ 일 때, 양수  $a$ 의 값을 구하시오.

0097 B

세 양수  $x, y, z$ 에 대하여  $2^x=7^y=k^z, 2xy=yz+zx$ 일 때, 양수  $k$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{10}$                       ②  $2\sqrt{3}$                       ③  $\sqrt{14}$   
④ 4                        ⑤  $3\sqrt{2}$

0098 B

세 양수  $a, b, c$ 와 세 실수  $x, y, z$ 에 대하여

$$a^x=7, (ab)^y=7^2, (abc)^z=7^3$$

일 때,  $7^{\frac{1}{x}+\frac{2}{y}-\frac{6}{z}}$ 을  $a, b, c$ 에 대한 식으로 나타내시오.

mini  
나바힘

확신을 가지고 시작하는 사람은 의심을 가지고 끝내고,  
의심하면서 시작하는 사람은 확신을 가지고 끝내게 된다.

- 프랜시스 베이컨

**유형 12** 거듭제곱근의 대소 비교

개념 01-2, 3

거듭제곱근을  $a^r$  ( $r$ 는 유리수) 꼴로 변형하여 지수 또는 밑을 통일한 후 다음을 이용하여 대소를 비교한다.

- $a > 0, b > 0$ 이고  $n$ 이 2 이상의 자연수일 때
  - ①  $a^n < b^n$ 이면  $a < b$
  - ②  $a < b$ 이면  $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$

**0099** 대표 문제

세 수  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{6}$ 의 대소 관계는?

- ①  $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3} < \sqrt[6]{6}$
- ②  $\sqrt{2} < \sqrt[6]{6} < \sqrt[3]{3}$
- ③  $\sqrt[3]{3} < \sqrt[6]{6} < \sqrt{2}$
- ④  $\sqrt[6]{6} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$
- ⑤  $\sqrt[6]{6} < \sqrt[3]{3} < \sqrt{2}$

**0100** B

세 수  $\sqrt[3]{30}, \sqrt{2\sqrt{3}}, \sqrt[3]{4\sqrt{5}}$  중에서 가장 작은 수를 구하시오.

**0101** B 서술형

세 수

$$A = \sqrt[3]{3} - 2\sqrt{2}, \quad B = 2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt{2}, \quad C = 2\sqrt{2} - 3\sqrt[3]{3}$$

중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합이  $a\sqrt{2} + b\sqrt[3]{3}$ 일 때, 정수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하시오.

**유형 13** 지수법칙의 실생활에의 활용

개념 01-3

주어진 식의 문자가 나타내는 것을 확인하고, 문제에서 주어진 조건을 식에 대입한다.

**0102** 대표 문제

지면으로부터  $H_1$ 과  $H_2$ 인 높이에서 풍속이 각각  $V_1$ 과  $V_2$ 일 때, 대기 안정도 계수  $k$ 에 대하여 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$V_2 = V_1 \times \left( \frac{H_2}{H_1} \right)^{\frac{2}{2-k}}$$

A지역에서 지면으로부터 6 m와 24 m인 높이에서 풍속이 각각 3과 9이고, B지역에서 지면으로부터 5 m와 80 m인 높이에서 풍속이 각각  $a$ 와  $b$ 일 때, 두 지역의 대기 안정도 계수  $k$ 가 서로 같았다. 이때  $\frac{b}{a}$ 의 값은?

(단,  $H_1 < H_2$ 이고, 풍속의 단위는 m/s이다.)

- ① 2                      ② 3                      ③ 4
- ④ 9                      ⑤ 16

**0103** B

조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이  $t(^{\circ}\text{C})$ 이고 개체중량이  $w(\text{g})$ 일 때, A조개와 B조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각  $Q_A, Q_B$ 라 하면

$$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25}, \quad Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

이 성립한다. 수온이  $10^{\circ}\text{C}$ 이고 A조개와 B조개의 개체중량이 각각 5 g일 때,  $\frac{Q_A}{Q_B} = 2^a \times 5^b$ 이다. 이때 유리수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오.



B-

0104

4의 제곱근 중 양수인 것을  $a$ , 세제곱근 27을  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

0105

$a > 0$ 일 때,  $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[6]{a^7} = \sqrt[3]{a^n}$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
④ 6                      ⑤ 7

0106

$a = 16^3$ 일 때,  $32^9 = a^k$ 을 만족시키는 유리수  $k$ 의 값은?

- ① 3                      ②  $\frac{13}{4}$                       ③  $\frac{7}{2}$   
④  $\frac{15}{4}$                       ⑤ 4

0107

다음 계산 과정 중에서 처음으로 잘못된 곳은?

$$5 = 25^{\frac{1}{2}} = \{(-5)^2\}^{\frac{1}{2}} = (-5)^{2 \times \frac{1}{2}} = (-5)^1 = -5$$

①      ②      ③      ④      ⑤

0108

$3^x + 3^{-x} = 3$ 일 때,  $27^x + 27^{-x}$ 의 값을 구하시오.

0109

서술형

동영상

$(\frac{1}{5})^x = 16$ ,  $15^y = 64$ 인 실수  $x, y$ 에 대하여  $4^{\frac{2}{x} + \frac{3}{y}}$ 의 값을 구하시오.

B0

0110

교육청 기출

자연수  $n$  ( $n \geq 2$ )에 대하여 실수  $a$ 의  $n$ 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를  $f_n(a)$ 라 할 때,  $f_2(-3) + f_3(-2) + f_4(5)$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

0111

다음 중 옳은 것은?

- ①  $\sqrt[3]{2} \times \sqrt{3} = \sqrt[6]{6}$                       ②  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{(-2)^{12}}} = -2$   
③  $\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[3]{3}$                       ④  $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9}\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{9}$   
⑤  $\sqrt[4]{\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[4]{7}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{5}}} = 1$

0112

동영상 1

$a \neq 0, a \neq 1$  일 때,

$$\frac{1}{a^{-4}-1} + \frac{1}{a^{-2}-1} + \frac{1}{a^2-1} + \frac{1}{a^4-1}$$

을 간단히 하시오.

0113

$\sqrt[4]{\sqrt{2}} \times \sqrt{2\sqrt[4]{2}}$  를 간단히 하면?

- ①  $2^{\frac{11}{16}}$       ②  $2^{\frac{3}{4}}$       ③  $2^{\frac{13}{16}}$   
④  $2^{\frac{7}{8}}$       ⑤  $2^{\frac{15}{16}}$

0114 **교육청 기출**

100 이하의 자연수  $n$ 에 대하여  $\sqrt[3]{4^n}$  이 정수가 되도록 하는  $n$ 의 개수를 구하시오.

0115

$\left(\sqrt[4]{3} - \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)\left(\sqrt[4]{3} + \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(3 + \frac{1}{3}\right)$ 의 값을 구하시오.

0116 **서울형**

$x > 0$ 이고  $x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} = 3$ 일 때,  $x^2 + x^{-2}$ 의 값을 구하시오.

0117

동영상 1

$a > 0$ 이고  $a^{2x} = 5$ 일 때,  $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x + a^{-x}}$ 의 값은?

- ① 4      ②  $\frac{61}{15}$       ③  $\frac{62}{15}$   
④  $\frac{21}{5}$       ⑤  $\frac{64}{15}$

0118 **서울형**

동영상 1

실수  $x, y, z$ 에 대하여  $a^x = b^y = 3^z$ 이고  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$ 일 때,  $ab$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0, b > 0$ )

0119 **교육청 기출**

동영상 1

세 수  $A = 2^{\sqrt{3}}, B = \sqrt[3]{81}, C = \sqrt[4]{256}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ①  $A < B < C$       ②  $A < C < B$       ③  $B < A < C$   
④  $C < A < B$       ⑤  $C < B < A$

0120

어느 바다의 수면에서의 빛의 세기를  $I_0$ , 수심이  $d$  m인 곳에서의 빛의 세기를  $I_d$ 라 하면

$$I_d = I_0 \times 2^{-\frac{d}{4}}$$

인 관계가 성립한다. 수심이 20 m인 곳에서의 빛의 세기는 수심이 12 m인 곳에서의 빛의 세기의 몇 배인지 구하시오.



0121

어떤 정육면체의 대각선의 길이가  $\sqrt[6]{27a^4}$ , 부피가  $8a$ 일 때, 양수  $a$ 의 값을 구하시오.



0122

실수  $a, b$ 에 대하여

$$a * b = a^b$$

으로 정의하자. 항상 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $a > 0$ )

보기

$$\neg. a * b = a^2 * \frac{b}{2}$$

$$\neg. a * (-b) = \frac{1}{a} * b$$

$$\neg. a * (b+c) = (a*b) + (a*c) \text{ (단, } c \text{는 실수)}$$

- ①  $\neg$                       ②  $\neg$                       ③  $\neg$   
 ④  $\neg, \neg$                 ⑤  $\neg, \neg$

0123 도전



양수  $x, y$ 에 대하여  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ 이고  $x^y = y^x$ 일 때,  $y$ 의 값은?

- ①  $\frac{9}{16}$                       ②  $\frac{81}{256}$                       ③  $\frac{4}{3}$   
 ④  $\frac{16}{9}$                       ⑤  $\frac{256}{81}$

0124 교육청 기출 도전



네 실수  $a, b, x, y$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a^3 b^2 = 9$$

$$(나) a^{2x} = \frac{1}{(2b)^{3y}} = 6$$

이때  $\frac{3}{2x} - \frac{2}{3y}$ 의 값은? (단,  $a > 0, b > 0$ )

- ① 1                          ② 2                          ③ 3  
 ④ 4                          ⑤ 5

0125 사슬형



양수기로 물을 끌어올릴 때, 펌프의 1분당 회전수  $N$ , 양수량  $Q$ , 양수할 높이  $H$ 와 양수기의 비교회전도  $S$  사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$S = NQ^{\frac{1}{2}} H^{-\frac{3}{4}}$$

펌프의 1분당 회전수가 일정한 양수기에 대하여 양수량이 28, 양수할 높이가 4일 때의 비교회전도를  $S_1$ , 양수량이 14, 양수할 높이가 8일 때의 비교회전도를  $S_2$ 라 하자. 이때  $\frac{S_1}{S_2}$ 의 값을 구하시오.

(단,  $N, Q, H$ 의 단위는 각각 rpm,  $m^3/\text{min}$ , m이다.)



# 내신을 꼭 잡는 서술형

152

다항식  $x^4+4$ 가  $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 로 인수분해될 때,  $ac+bd$ 의 값을 구하여라.

(단,  $a, b, c, d$ 는 상수이다.)

153

모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\begin{aligned} (2x-1)(2x+1)(2x+3)(2x+5)+a \\ = (4x^2+bx+c)^2 \end{aligned}$$

이 성립할 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

(단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

154

$x^3-ax+6=(x-1)(x+b)(x+c)$ 가  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

(단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

155

$\frac{a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}$ 의 값을 구하여라.

156

$\frac{2017^4+2017^2+1}{2017^2+2017+1}=2016^2+\square$ 일 때,  $\square$  안에 알맞은 값을 구하여라.

157

자연수  $N=2\times 5^3+6\times 5^2+6\times 5+2$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.

348

함수  $y = -|x+2|+2$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선  $y=a$ 가 이등분할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

349

$0 \leq a \leq 1$ 일 때, 이차함수  $y = x^2 - 6ax + 9a^2 + a$ 의 그래프의 꼭짓점이 그리는 자취의 길이를 구하여라.

350

실수  $a$ 의 값에 관계없이 이차함수  $y = x^2 - 2(a+3)x + a^2 + 8a$ 의 그래프가 직선  $y = mx + n$ 에 항상 접할 때, 두 실수  $m, n$ 의 합  $m+n$ 의 값을 구하여라.

351

이차함수  $f(x) = x^2 - 2ax + 4a + 4$ 의 최솟값을  $g(a)$ 라고 할 때,  $g(a)$ 의 최댓값을 구하여라.

352

$1 \leq x \leq a$ 일 때, 이차함수  $f(x) = -x^2 + 4x + k$ 가 최댓값 3, 최솟값  $-1$ 을 갖는다. 이때, 상수  $a, k$ 의 합  $a+k$ 의 값을 구하여라. (단,  $a > 2$ )

353

오른쪽 그림과 같이 폭과 높이가 4인 포물선 안에 둘레의 길이가 최대인 직사각형을 그리려고 한다. 이 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

