B 단계 유형 Master

유형 01 지수함수의 성질

집중공략 개념 03-1

지수함수 $y=a^x\,(a>0,\ a\neq1)$에 대하여
① 정의역: 실수 전체의 집합
  치역: 양의 실수 전체의 집합
② $a>1$ ⇨ x의 값이 증가하면 y의 값도 증가
  $0<a<1$ ⇨ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소
③ 그래프의 점근선: x축 (직선 $y=0$)

0318 대표문제

다음 중 함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$에 대하여 옳지 않은 것은?

① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.
② 그래프의 점근선의 방정식은 $y=0$이다.
③ 그래프는 제1사분면과 제2사분면을 지난다.
④ 그래프가 $y=3^x$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
⑤ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

0319 B-

임의의 실수 a, b에 대하여 $a<b$일 때, 다음 함수 중 $f(a)<f(b)$를 만족시키는 함수는?

① $f(x)=4^{-x}$　② $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$
③ $f(x)=0.3^x$　④ $f(x)=\left(\frac{1}{10}\right)^x$
⑤ $f(x)=\left(\frac{3}{5}\right)^x$

0320 B0 서술형

함수 $y=(a^2-3a+3)^x$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.
(단, $a\neq1$, $a\neq2$)

유형 02 지수함수의 그래프의 평행이동과 대칭이동

집중공략 개념 03-2

지수함수 $y=a^x\,(a>0,\ a\neq1)$의 그래프를
① x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동
  ⇨ $y=a^{x-m}+n$
② x축에 대하여 대칭이동 ⇨ $y=-a^x$
③ y축에 대하여 대칭이동 ⇨ $y=a^{-x}$
④ 원점에 대하여 대칭이동 ⇨ $y=-a^{-x}$

0321 대표문제

함수 $y=3^x$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 후 y축에 대하여 대칭이동한 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오.

0322 B-

함수 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하였더니 함수 $y=\frac{1}{4}\cdot2^x-8$의 그래프와 겹쳐졌다. 이때 $m+n$의 값을 구하시오.

0323 B0

함수 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프가 두 점 $\left(-1,\ \frac{2}{3}\right)$, $(0,\ 0)$을 지날 때, mn의 값은?

① $-\frac{1}{3}$　② $-\frac{1}{9}$　③ $\frac{1}{9}$
④ $\frac{1}{3}$　⑤ 1

유형 익/히/기

정답과 풀이 29쪽

| 개념원리 수학 Ⅰ 61쪽 |

유형 01 지수함수의 성질

지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$에 대하여
(1) 정의역 : 실수 전체의 집합
(2) 치역 : $\{y\,|\,y>0\}$
(3) 그래프의 점근선 : x축 (직선 $y=0$)

0279 대표문제

다음 중 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 그래프의 점근선은 x축이다.
② 그래프는 점 $(0,\ 1)$을 지난다.
③ 그래프는 제1, 2사분면을 지난다.
④ x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.

0280 하

다음 **보기** 중 지수함수 $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^x$에 대한 설명으로 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. 정의역은 실수 전체의 집합이다.
ㄴ. 그래프의 점근선은 직선 $y=0$이다.
ㄷ. $y=5^x$의 그래프와 y축에 대하여 대칭이다.
ㄹ. $x_1<x_2$이면 $f(x_1)<f(x_2)$이다.

0281 하

다음 함수 중 임의의 실수 a, b에 대하여 $a<b$일 때, $f(a)<f(b)$를 만족시키는 함수는?

① $f(x)=2^{-x}$
② $f(x)=0.1^x$
③ $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$
④ $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$
⑤ $f(x)=\left(\frac{4}{5}\right)^x$

중요

| 개념원리 수학 Ⅰ 62쪽 |

유형 02 지수함수의 그래프의 평행이동과 대칭이동

지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프를
(1) x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면
⇨ $y=a^{x-m}+n$
(2) x축에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=-a^x$
(3) y축에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$
(4) 원점에 대하여 대칭이동하면 ⇨ $y=-\left(\frac{1}{a}\right)^x$

0282 대표문제

함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프가 점 $(2,\ 11)$을 지난다. 이때 a의 값을 구하시오.

0283 중하

함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 원점에 대하여 대칭이동한 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오.

0284 중하

다음 **보기**의 함수 중 그 그래프가 함수 $y=2^x$의 그래프를 평행이동하여 겹칠 수 있는 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. $y=\sqrt{2}\cdot2^x$ ㄴ. $y=\frac{1}{2^x}$ ㄷ. $y=-2^x+3$

0285 중

함수 $y=a^{2x-4}+2$ $(a>0,\ a\neq1)$의 그래프가 a의 값에 관계없이 항상 점 $(\alpha,\ \beta)$를 지날 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하시오.

정답과 풀이 013쪽

077

집합 $A=\{(x,\ y)\,|\,ax-by=12\}$에 대하여 $(6,\ 2)\in A$, $(-3,\ -2)\in A$일 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

078

두 집합 $A=\{a+2,\ a^2-2\}$, $B=\{2,\ 6-a\}$에 대하여 $A=B$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

079

집합 $S=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 부분집합 중 원소가 2개 이상인 모든 집합에 대하여 각 집합의 가장 작은 원소를 모두 더한 값을 구하여라.

080

전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A^C\cup B^C=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$, $(A-B)^C\cap\{B-(A\cap B)\}=\{2,\ 5\}$일 때, 집합 B의 원소의 개수를 구하여라.

081

두 집합 A, B에 대하여 연산 $*$를

$$A*B=(A\cup B)-(A\cap B)$$

라고 하자.

$$A=\{1,\ 3,\ 4,\ 5\},\ A*B=\{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7\}$$

이라고 할 때, 집합 B에 속하는 모든 원소의 합을 구하여라.

082

어떤 행사에서 20종류의 스티커를 모으면 경품을 받을 수 있다고 한다. 갑은 네 종류, 을과 병은 각각 다섯 종류의 스티커를 모았다. 두 사람씩 비교하였을 때 각각 세 종류의 스티커가 공통으로 있었고, 세 사람을 함께 비교하였을 때에는 두 종류의 스티커가 공통으로 있었다. 갑, 을, 병의 스티커를 모아서 경품을 받으려고 할 때, 최소로 더 필요한 스티커의 종류의 수를 구하여라.

정답과 풀이 029쪽

173

전체집합 $U=\{x|x$는 10 이하의 자연수$\}$에서 정의된 두 조건 p, q가

$$p : x^2-12x+32\ge 0,\quad q : x^2-12x+27\le 0$$

일 때, 조건 $\sim(\sim p$ 또는 $q)$의 진리집합의 모든 원소의 합을 구하여라.

174

실수 x에 대하여 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$$p : k+1<x<2k+3,\quad q : |x-8|<5$$

이때, 명제 $p \longrightarrow q$가 참이 되게 하는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하여라.

175

다음 명제의 대우를 말하고 주어진 명제의 참, 거짓을 판별하여라.

> 두 실수 x, y에 대하여 $x+y\ne 2$이면 $x\ne 3$ 또는 $y\ne 3$이다.

176

세 조건 p, q, r를

$$p : -2\le x\le 9,\quad q : |x|\le a,\quad r : |x|\le b$$

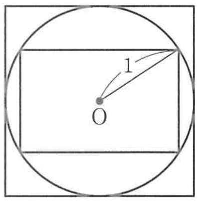
라고 하자. p는 q이기 위한 필요조건이고, p는 r이기 위한 충분조건일 때, a의 최댓값과 b의 최솟값의 합을 구하여라. (단, a, b는 양수이다.)

177

$x>4$일 때, $x^2+\dfrac{25}{x^2-16}$의 최솟값을 구하여라.

178

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하는 정사각형과 내접하는 직사각형이 있다. 정사각형의 둘레의 길이를 S라 하고, 직사각형의 둘레의 길이를 T라고 할 때, $\dfrac{S}{T}$의 최솟값을 구하여라.



● 정답과 풀이 039쪽

256

두 집합 $X=\{a,\ b\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 X에서 Y로의 일대일함수의 개수를 m, 상수함수의 개수를 n이라고 할 때, $m+n$의 값을 구하여라.

257

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f가 $f(2x+1)=4x-1$을 만족시킬 때, $f(3x-1)$을 구하여라.

258

함수 $f(x)=|x-1|$에 대하여 방정식 $(f\circ f)(x)=1$의 모든 해의 합을 구하여라.

259

다항식 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $g(g(x))=x$이고 $g(0)=1$일 때, $g(-1)$의 값을 구하여라.

260

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$f(x)=2x-1,\ f^{-1}(x)=g(2x+1)$$

일 때, $g(7)$의 값을 구하여라.

261

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x)=5x+20,\ g(x)=\begin{cases} 2x & (x<25) \\ x+25 & (x\geq 25) \end{cases}$$

에 대하여 $f^{-1}(g(40))+f(g^{-1}(40))$의 값을 구하여라.